



## DIŞ VE İÇ DİŞLİ ÇARKLARDA GİRİŞİM

Mahmut Cüneyt FETVACI\*

<sup>1</sup> Prof.Dr. (emekli öğretim üyesi) Yakacık Tarihi Ayazma Cad. No 27 D:14 Kartal/İstanbul  
ORCID No : <http://orcid.org/0000-0002-1622-1583>

### Anahtar kelimeler

### Öz

*Evolvent dişliler, girişim, alttan kesme*

*Bu makalede iç ve dış dişlilerdeki girişimi belirleyen analitik yaklaşımlar araştırılmıştır. Dış helisel dişliler için fonksiyonel ve imalat tipi girişimler dikkate alınmıştır. İç düz dişliler için evolvent ve takılma girişimleri ele alınmıştır. Girişim limitleri için literatürde bulunan denklemler incelenmiştir. Ayrıca iç düz dişlilerde evolvent girişimi önlemek için verilmesi gereken profil kaydırma miktarını tayin eden bir denklem önerilmiştir. Tasarım parametrelerinin etkisini araştırmak için hem kremayer tipi hem de pinyon tipi dişli imalatı için BASIC programlama dili kullanılarak programlar geliştirilmiştir. Geliştirilen programlara dayalı olarak sayısal örnekler verilmiştir. Bu çalışma dişli tasarım sürecinin ilk aşamalarında girişim olup olmadığını belirlemek için kullanılabilir.*

## INTERFERENCE IN EXTERNAL AND INTERNAL GEARS

### Keywords

### Abstract

*Involute gears, interference, undercutting*

*In this paper analytical approaches that determine interference in internal and external gears are investigated. For external helical gears, functional and production-type interferences are taken into consideration. Involute interference and fouling for internal spur gears are investigated. Equations in the literature for interference limits are examined. In addition, an equation is proposed that determines amount of profile shift to prevent involute interference in internal spur gears. Computer programs written in BASIC have been developed for the both rack-type and pinion-type gear generation to investigate the effect of design parameters. Numerical examples are given based on the developed programs. This study can be used to check interference in the early stages of the gear design process.*

Araştırma Makalesi

Research Article

Başvuru Tarihi : 17.05.2023

Submission Date : 17.05.2023

Kabul Tarihi : 02.08.2023

Accepted Date : 02.08.2023

\* [fetvacic@gmail.com](mailto:fetvacic@gmail.com)

doi : [10.46399/muhendismakina.1298006](https://doi.org/10.46399/muhendismakina.1298006)

## Extended Abstract

Among the various ways of transmitting mechanical power between two shafts, gear wheels are not only the oldest solution, but also the more satisfying, robust, reliable and durable solution. Standardization in size and shape ensures widespread use of gear wheels in a wide range of applications from food processors to wind turbines, from precision instrumentation to the defense industry.

Gears are classified according to the positions of the shaft axes and the position of the teeth relative to the shaft axis. Commonly used type are spur and helical gear wheels with involute profile that transmit power between parallel shafts. These mechanisms can be arranged as external-external, external-internal and rack-and-pinion.

The ratio of the input speed to the output speed in a power transmission mechanism is called the transmission ratio. In general terms, this ratio, which is defined by the ratio of the diameters of the pulleys connected to the shafts of the work and power machines, is also defined by the ratio of the number of teeth in the gear wheels. The number of teeth is chosen to provide strength and functional calculations. However, another issue that limits the number of teeth is the tooth interference.

Interference is an undesirable event as it causes wear, vibration and locking in the mechanism. The locus of the contact points of the involute gear pairs is the pressure line, which is the common tangent of the base circles. As long as the gear contact is between two tangential points, there is no danger of interference. In other words, the tip circles of both gears should intersect the pressure line between two tangent points. In case of contact outside of these two boundary points, interference occurs. This type of interference can be called functional interference. Functional interference depends on the method of manufacture of the gear.

The root fillet of the gear manufactured with form milling cutter is a radial line. In case of interference, the tooth tip of the wheel contacts the root area of the pinion. There is locking and wear because of the material belonging to the pinion where the tooth tip of the gear wheel should be. For this reason, the number of teeth of the pinion and wheel is chosen so that interference does not occur. If there is a similar interference between the generating-type tool (rack-type, pinion-type) and the gear wheel to be manufactured, the tool tip removes the excess material from the bottom of the gear wheel. This type of interference is called a production-type of interference. In this case, interference are eliminated in the manufactured gears, but undercutting occurs. It is undesirable as gear tooth root strength decreases. It is possible to prevent both functional and manufacturing-based interference with various methods. Addendum modification, higher pressure angle or reducing addendum height can be used to prevent interference in external gears.

In internal gears there are several types of interference. If the contact of the mating gears occurs inside the two tangents points on the pressure line then there is involute interference (primary interference). This type of interference is same as functio-

nal interference in external gears. It can be checked with an analytical equation that gives limit number of pinion teeth for a given pressure angle, internal gear addendum and gear ratio. To prevent primary interference addendum is reduced or profile shift is applied. Based on an analytical equation available in literature that checks interference the author proposed an equation that gives minimum addendum modification (profile shift) to prevent primary interference. This equation is valid for long and short addendum modification system.

Secondary interference (fouling) refers to an interference occurring at the addendum of the external gear and at the addendum of the internal gear during recess tooth action. Fouling tends to happen when the difference between the numbers of teeth of the two gears is small. Mathematical model for detecting secondary interference is simplified by diagrams that give minimum difference of the numbers of teeth for a given pressure angle and average addendum of internal gear mechanism. Other types of internal gear interference are beyond the scope of this study.

In this study analytical equations that check interference in external and internal gear mechanisms are investigated. Computer programs that generate gear tooth surfaces and tool surfaces are developed. Numerical examples are illustrated to display interference in gear mechanisms. The effect of design parameters on the tooth interference are studied. Also methods of avoiding interference are given. Computerised gear tooth generation approach presented in this study can be used to check some types of interference at the earlier stages of gear mechanism design.

## 1. Giriş ve Amaç

İki mil arasında mekanik gücü iletmenin çeşitli yolları arasında, dişli çarklar sadece en eski çözüm değil, aynı zamanda daha tatmin edici, sağlam, güvenilir ve dayanıklı çözüm sunmaktadır. Boyut ve şekillerindeki standartlaştırma dişli çarkların mutfak robotlarından rüzgar türbinlerine, hassas cihaz teknolojisinden savunma sanayisine geniş bir uygulama alanında yaygın kullanımlarını sağlamaktadır (Vullo, 2021).

Dişli çarkların sınıflandırılması mil eksenlerinin konumlarına ve dişlerin mil eksenine ile olan konumuna göre yapılmaktadır. Yaygın olarak kullanılan tip paralel miller arasında güç ileten evolvent profilli düz ve helisel dişli çarklardır. Bu mekanizmalar dış-dış, dış-iç ve kremayer-çark olarak tertiplenebilir (Çakır, 1989).

Bir güç iletim mekanizmasında giriş devrinin çıkış devrine oranı, çevrim oranı olarak adlandırılır. Genel anlatımla iş ve tahrik makinalarının millerine bağlı kasnakların çaplarının oranı ile tanımlanan bu oran dişli çarklarda aynı zamanda diş sayılarının oranı ile de tanımlanır. Diş sayıları mukavemet ve fonksiyonel hesapları sağlayacak şekilde seçilir. Bununla birlikte diş sayılarını sınırlandıran diğer bir husus girişimdir.

Girişim mekanizmada aşınma, titreşim ve kilitlenmeye sebep olduğundan istenmeyen bir olaydır. Evolvent dişli çiftlerinin temas noktalarının geometrik yeri temel dairelerinin müşterek teğeti olan kavrama doğrusudur. Dişlilerin sadece evolvent yanaklarının temas etmesi istenir. Yanakların temas noktası kavrama doğrusunun sınırlandırılmış bölgesindedir. Sınır noktalar dışında temas durumunda ise girişim söz konusudur. Bu tip girişim fonksiyonel girişim olarak adlandırılabilir. Fonksiyonel girişim dişli çarkın imalat yöntemine bağlıdır.

Modül freze ile imal edilen dişlinin kök eğrisi radyal bir doğrudur. Girişim durumunda çarkın diş başı pinyonun kök bölgesine temas etmektedir. Çarkın diş başının olması gereken yerde pinyona ait malzeme bulunduğu için kilitlenme ve aşınma söz konusudur. Bu nedenle pinyon ve çarkın diş sayıları girişim meydana gelmeyecek şekilde seçilir. Yuvarlanma metoduna göre imal eden takım (kremayer-tipi, pinyon-tipi) ile imal edilecek dişli çark arasında benzer girişim varsa takım ucu dişli çarkın dibinden fazla malzemeyi kaldırır. Bu tip girişim imalat (takım) girişimi olarak adlandırılır. Bu durumda imal edilen dişlilerde girişim giderilmiş fakat alttan kesilme olayı meydana gelmiştir. Kök mukavemeti azaldığından istenmeyen bir durumdur. Gerek fonksiyonel ve gerekse imalata dayalı girişimi çeşitli yöntemlerle önlemek mümkündür.

İç dişli çarkların yuvarlanma metoduyla imalatı pinyon-tipi takımlarla yapılmaktadır. İç dişli çarklarda çeşitli girişim tipleri vardır. Birincil girişimde iç dişlinin baş dairesi kavrama doğrusunu sınır noktasının gerisinde kesmektedir. İkinci gi-

rişimde temasın ilerisinde ve gerisinde pinyon ve çarkın (iç dişli) dişleri üstüste binmiştir. Bu fonksiyonel girişimleri çeşitli yöntemler ile önlemek mümkündür.

Budynas ve Nisbett, modül freze ile imal edilen dişli mekanizmalarda girişim önlemek için seçilmesi gereken diş sayılarını tayin eden ifadeleri sunmuşlardır (Budynas ve Nisbett, 2008). Linke, Börner ve Heß, pinyon-tipi takımla imal edilen dış dişlilerde alt kesilmesiz minimum diş sayısını veren ifadeyi sunmuştur (Linke ve diğ., 2016). Yu, iç dişli çarklarda birincil, ikincil, aksenal ve radyal girişimleri önlemek için sağlanması gereken matematik ifadeleri sunmuştur. Çalışmada bu girişimler fonksiyonel ve imalata dayalı olarak gruplandırılmıştır (Yu, 1989). Fonksiyonel girişimler eş çalışan dişlilerin boyutlarına ve takıma, imalat girişimleri ise doğrudan takıma bağlıdır. Vullo, iç ve dış dişli çark mekanizmalarında fonksiyonel ve imalata dayalı girişimleri detaylı incelemiştir. Çalışmada literatüre katkı sağlayan yeni denklemlerde sunulmuştur (Vullo, 2021). Pedrero, Pleguezuelos ve Sanchez, iç dişli mekanizmalarında birincil ve ikincil girişimi önlemek için yeni bir metodoloji geliştirmişlerdir. Çalışmada kavrama oranını düşürmeden diş yüksekliklerinin, merkezlerarası mesafelerinin, profil kaydırma faktörlerinin ve uç düzeltmelerin (tip reliefs) optimum değerlerinin bulunması gerçekleştirilmiştir (Pedrero ve diğ., 2023).

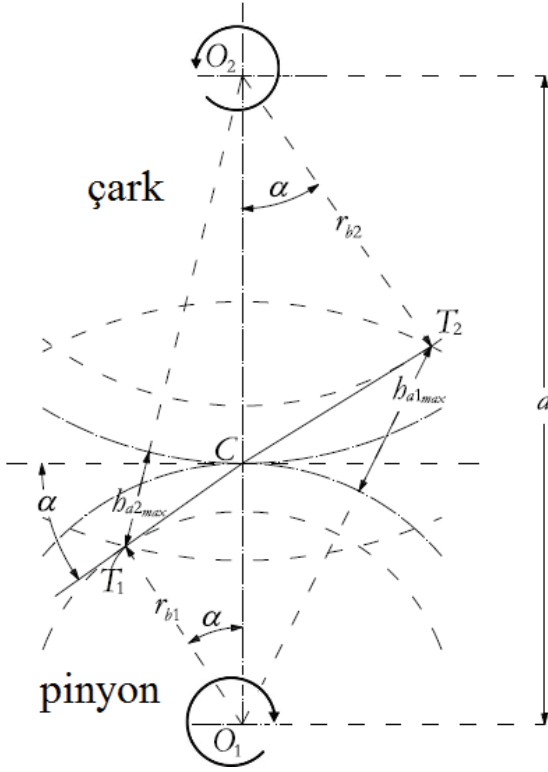
Bu çalışmada evolvent iç ve dış dişli çarklarda girişim ele alınmıştır. Çalışmanın ikinci bölümünde dış ve iç dişli çark mekanizmalarında çeşitli tipten girişim için sınır diş sayılarını tayin eden ifadeler verilmiştir. Üçüncü bölümde sayısal örnekler görselleştirilerek iç ve dış dişli çarklarda girişim incelenmiştir. Dördüncü bölümde sonuçlar değerlendirilmiştir.

## 2. Girişimin Matematik Modeli

Bu çalışmada araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

### 2.1 Dış Dişli Çark Mekanizmaları

Evolvent dış dişli çarklarda fonksiyonel girişimin matematik modeli Şekil 1'de gösterilen kavrama şemasından kolaylıkla elde edilir. Dişlilerin maksimum diş başı yarıçapları merkezlerden sınır noktalara indirilen  $\overline{O_2 T_1}$  ve  $\overline{O_1 T_2}$  doğruları ile sınırlı olduğundan geometrik bağıntılar düzenlenirse pratik önemi olan ifadeler elde edilir.



Şekil 1. Eş Çalışmada Sınır Noktalar (Vullo, 2021)

Verilen bir çevrim oranı için modül freze ile imal edilen alın dişli mekanizmalarında minimum pinyon diş sayısı  $T_{p\_min}$  Denklem (1) ile belirlenir (Budynas ve Nisbett, 2008). Burada  $i$  çevrim oranını,  $\alpha_s$  alın kavrama açısını,  $\beta$  helis açısını ve  $h_a^*$  dişlilerin baş yüksekliği katsayısını ifade eder.

$$T_{p\_min} = \frac{2 \cdot h_a^* \cdot \cos \beta \cdot [i + \sqrt{i^2 + (1+2 \cdot i) \cdot \sin^2 \alpha_s}]}{(1+2 \cdot i) \cdot \sin^2 \alpha_s} \quad (1)$$

Verilen bir pinyon diş sayısı için maksimum çark diş sayısı  $T_{g\_max}$  Denklem (2) ile hesaplanır (Budynas ve Nisbett, 2008).

$$T_{g\_max} = \frac{T_p^2 \cdot \sin^2 \alpha_s - 4 \cdot h_a^{*2} \cdot \cos^2 \beta}{4 \cdot h_a^* \cdot \cos \beta - 2 \cdot T_p \cdot \sin^2 \alpha_s} \quad (2)$$

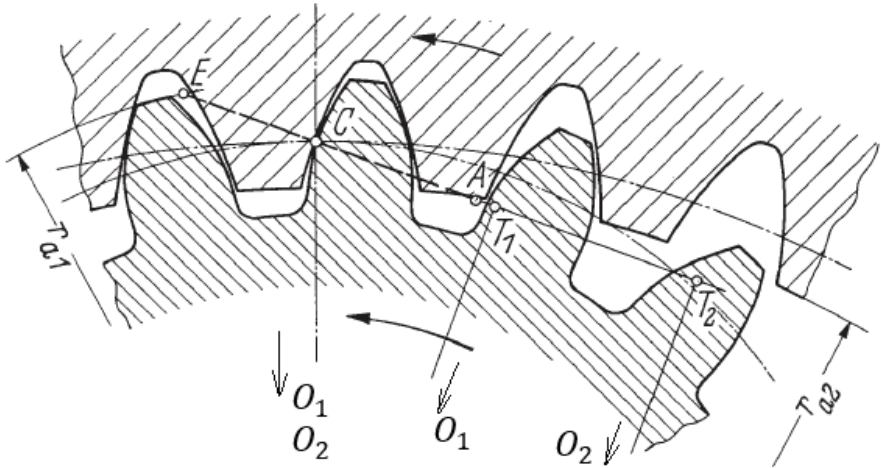
Diş dişlilerin pinyon-tipi takımla imalatında girişim (alttan kesme) olmadan

imal edilebilecek minimum diş sayısı  $T_{p,min}$  Denklem (3) ile hesaplanır. Bu ifade-  
de  $h_{ac}^*$  taksimat dairesinden maksimum evolvent noktasına olan radyal me-  
safenin normal modüle oranıdır (Linke, Börner ve Heß, 2016). Sivri uçlu takımda  
 $h_{ac}^* = 1,25$  dir. Takımın diş sayısı  $T_c$  sembolü ile gösterilmektedir.

$$T_{p,min} = \sqrt{\frac{(T_c + 2 \cdot h_{ac}^* \cdot \cos \beta)^2 - T_c^2 \cdot \cos^2 \alpha_s}{\sin^2 \alpha_s}} - T_c \quad (3)$$

## 2.2 İç Dişli Çark Mekanizmaları

İç dişli çark mekanizmalarında farklı girişim çeşitleri vardır. Dış dişlilerdeki fonk-  
siyonel girişime benzer şekilde modellenen evolvent girişim ilk kontrol edilmesi  
gerekindir. Bu nedenle birincil girişim olarak da adlandırılır (Vullo, 2021). Te-  
masın başlangıcının pinyon girişim sınır noktası ile yuvarlanma noktası arasın-  
da olması istenir. Şekil 2'de görüldüğü üzere iç dişlinin dişbaşı dairesi kavrama  
doğrusunu A noktasında pinyonun dişbaşı dairesi ise E noktasında kesmektedir  
(Haberhauer ve Bodenstern, 2011).  $\overline{AE}$  kavrama uzunluğudur ve A noktasının  
 $\overline{T_1 T_2}$  hattında olması istenmez.  $T_1$  noktası girişim sınır noktasıdır. İç düz dişli  
çark mekanizmasında verilen çevrim oranı için girişim olmadan kullanılabilir  
minimum pinyon diş sayısı  $T_{p,min}$  Denklem (4) ile hesaplanır (Vullo, 2021). Bu  
ifadede  $h_a^*$  iç dişlinin baş yükseklik katsayısıdır. Kavrama açısı  $\alpha_n$  sembolü ile  
gösterilmektedir.



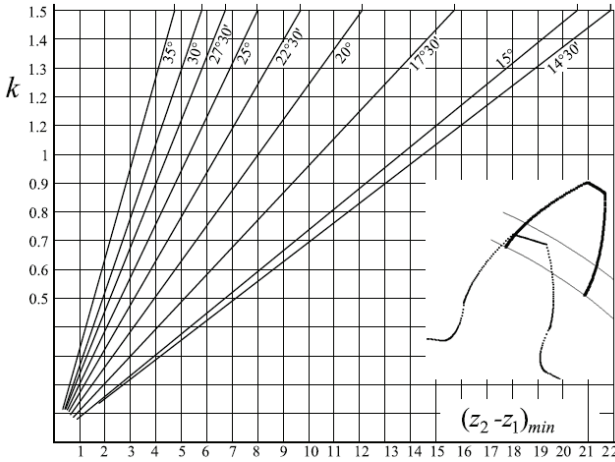
Şekil 2. İç Dişli Çark Mekanizması (Haberhauer ve Bodenstern, 2011)

$$T_{p.min} = \frac{2 \cdot h_a^*}{i - \sqrt{i^2 - (2 \cdot i - 1) \sin^2 \alpha_n}} \quad (4)$$

Girişimi önlemek için çark baş yüksekliği kısaltılabilir. Alternatif yöntem profil kaydırmadır. (4) numaralı denklemden hareketle verilen çevrim oranı ve pinyon diş sayısı için girişimi önlemek için uygulanması gereken profil kaydırma faktörü  $x_{min}$  Denklem (5) ile hesaplanır. Her iki dişliye aynı değer uygulanır. Mekanizma da eksenler arası mesafe değişmez.

$$x_{min} = \frac{2 \cdot h_a^* - T_p \cdot [i - \sqrt{i^2 - (2 \cdot i - 1) \sin^2 \alpha_n}]}{2} \quad (5)$$

İç dişli çark mekanizmalarında ikincil girişim olarak adlandırılan takılma durumunda temas hattının gerisinde veya ilerisinde olan dişli çiftlerinde pinyon iç dişlideki yerine konumlanamamıştır. Bu durum diş sayıları arasındaki fark az olan mekanizmalarda görülür. Detaylı incelemeyi gerektirmekle birlikte pratikte  $(T_g - T_p)_{min} = 8$  durumunda ikincil girişim tehlikesi önlenir. Şekil 3'de çeşitli kavrama açıları ve baş yükseklikleri için diş sayıları arasındaki farkın minimum değerini tayin eden grafik gösterilmiştir (Vullo, 2021).



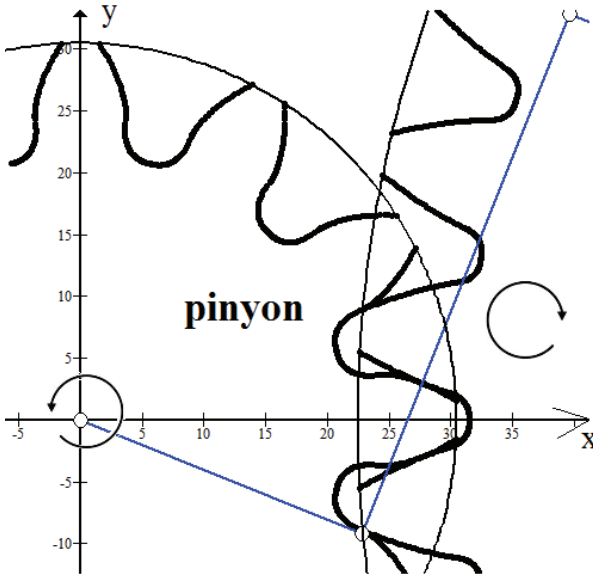
Şekil 3. İkincil Girişim Sınırının Belirlenmesi (Vullo, 2021)

### 3. Sayısal Uygulamalar

Gerek kremayer-tipi ve gerekse pinyon-tipi takımlarla imal edilen dişlilerin matematik modellenmesini ele alan çok sayıda çalışma mevcuttur (Brauer, 2004;

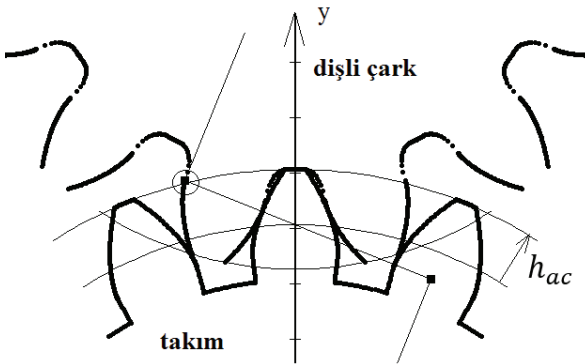






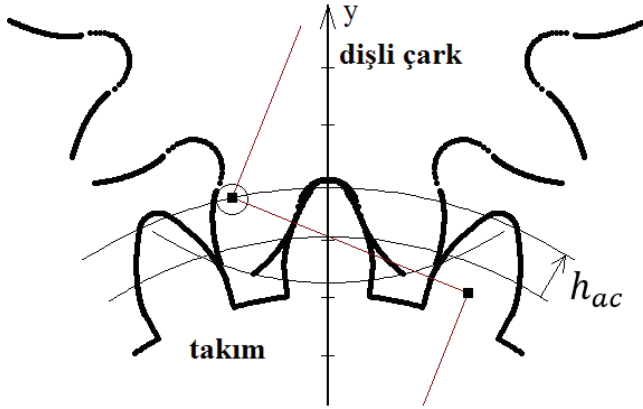
Şekil 5. Girişim Sınırında Dişli Mekanizması-2

Şekil 6'da sivri uçlu pinyon-tipi takım ile helisel dişli imalatı uygulamasında normal modül  $m_n=4mm$ , normal kesitte kavrama açısı  $\alpha=20^\circ$ , takımın diş sayısı  $T_c=16$  ve helis açısı  $\beta=25^\circ$  alınmıştır. Takımın taksimat dairesi ile evolvent bölgesinin üst sınırı arasındaki radyal mesafe katsayısı  $h_{ac}^*=1,25$  dir. Girişim olmadan imal edilebilecek minimum diş sayısı Denklem (3) kullanılarak  $T_g=13$  olarak hesaplanır.



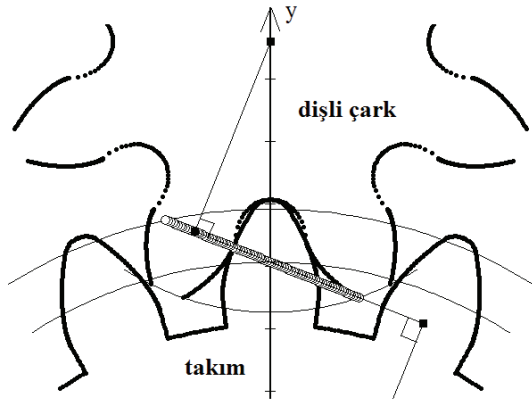
Şekil 6. Helisel Pinyon-Tipi Takımla Dişli İmalatı

Şekil 7’de yuvarlatılmış uçlu pinyon-tipi takımıla helisel dişli imalatı uygulamasında normal modül  $m_n=4mm$ , normal kesitte kavrama açısı  $\alpha=20^\circ$ , takımın diş sayısı  $T_c=16$  ve helis açısı  $\beta=25^\circ$  alınmıştır. Takım uç yuvarlatma yarıçapı  $\rho = 0,4 \cdot m_n$  olarak alınmıştır ve böylece takımın taksimat dairesi ile evolvent bölgesinin üst sınırı arasındaki radyal mesafe katsayısı  $h_{ac}^* = 1,068772$  dir. Denklem (3) kullanılarak girişim olmadan imal edilebilecek minimum diş sayısı  $T_g=11$  olarak hesaplanır.



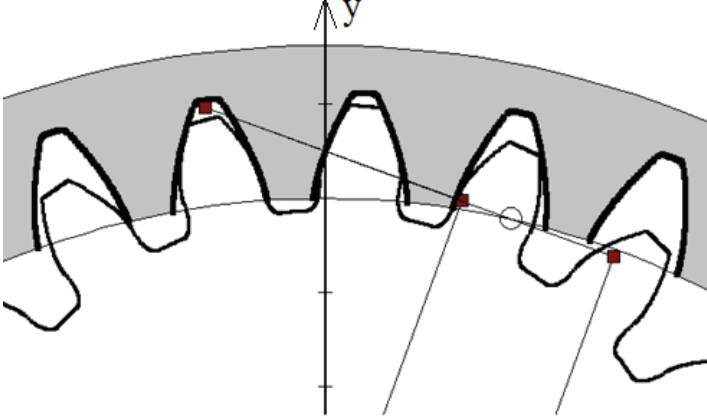
Şekil 7. Yuvarlatılmış Uçlu Takımla Helisel Dişli İmalatı

Şekil 7’de verilen parametrelere göre alt kesilmeli olarak imal edilen dişli çark Şekil 8’de gösterilmiştir.  $T_g=8$  alınmıştır. Bu uygulamada takımın maksimum evolvent dairesi kavrama doğrusunu temel noktanın gerisinde kesmektedir. Şekilde ayrıca temas noktalarının geometrik yeri de gösterilmiştir.



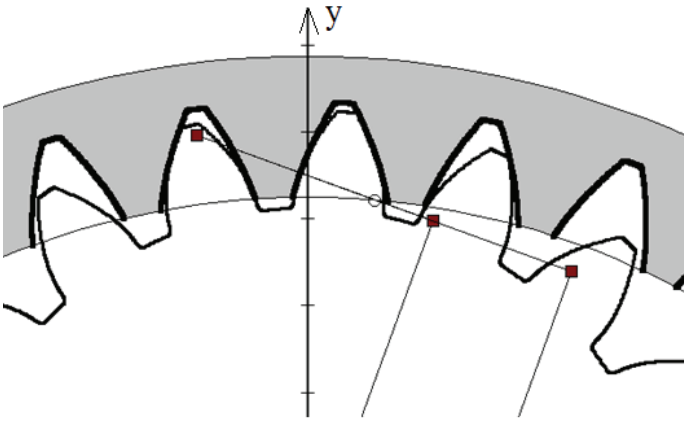
Şekil 8. Pinyon-Tipi Takımla Alt Kesilmeli Dişli Çark İmalatı

Şekil 9'da gösterilen iç düz dişli çark mekanizmasında  $m=5mm$ , kavrama açısı  $\alpha=20^\circ$ , pinyon diş sayısı  $T_p=18$  ve çark diş sayısı  $T_g=38$  alınmıştır. Hesaplanan çevrim oranı  $i = \frac{38}{18} = 2,11$  'dir. (4) numaralı denkleme göre  $T_{p,min}=22$  olduğundan girişim vardır. Şekil 9'da birincil (evolvent) girişim durumu gösterilmiştir. İç dişlinin dişbaşı dairesi kavrama doğrusunu iki temel noktanın arasında kesmektedir.



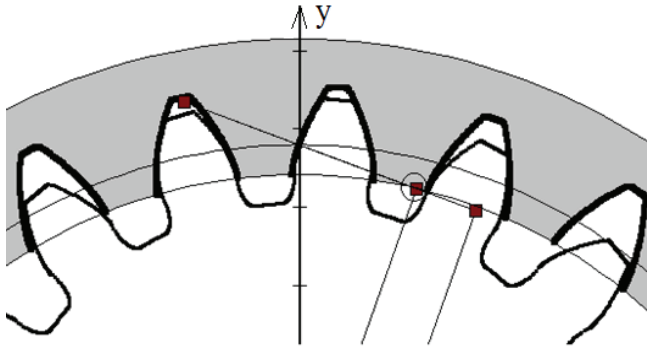
Şekil 9. Birincil Girişimli İç Dişli Çark Mekanizması

Girişimi önlemek için profil kaydırma yapılabilir. (5) numaralı denklem kullanılarak Şekil 9'da görselleştirilen mekanizmada iç dişli çarka  $x_p=x_g=0,1788$  profil kaydırma uygulanarak girişim sınırda önlenebilir. Bu mekanizmaya  $x_p=x_g=0,5$  profil kaydırma uygulanarak birincil girişim önlenmiştir. Şekil 10'da görüldüğü üzere çark dişbaşı dairesi kavrama doğrusunu yuvarlanma noktası ile temel nokta arasında kesmektedir.

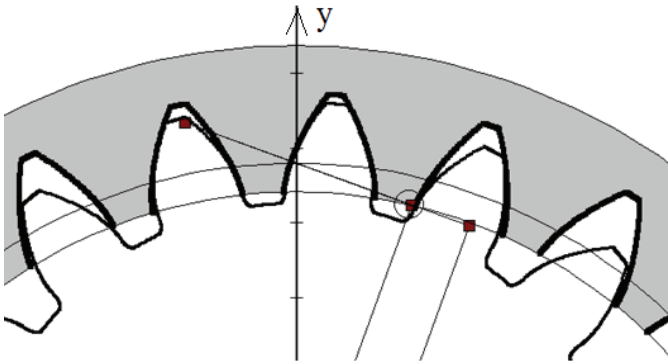


Şekil 10. Profil Kaydırmalı İç Dişli Çark Mekanizması

Şekil 11’de gösterilen iç düz dişli çark mekanizmasında  $m=3mm$ , kavrama açısı  $\alpha=20^\circ$ , pinyon diş sayısı  $T_p=16$  ve çark diş sayısı  $T_g=24$  alınmıştır. Hesaplanan çevrim oranı  $i = \frac{24}{16} = 1,5$  dir. (4) numaralı denkleme göre girişim olmaması için  $h_{a,max}^* \leq 0,64$  alınmalıdır. Böylece profil kaydırma gerektirmeden birincil girişim önlenir. Bu uygulamada iç dişli çarkın baş yüksekliği  $h_a^*=0,64$  alınarak girişim sınıra yakın önlenmiştir. Alternatif yöntem olarak Şekil 12’de  $h_a^*=1$  alınmış fakat mekanizmaya (5) numaralı denklemden hesaplanan  $x_p=x_g=0,36$  profil kaydırma uygulanarak girişim sınıra yakın önlenmiştir.



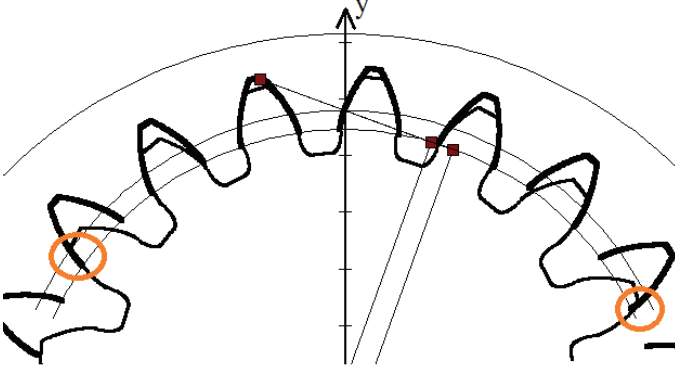
Şekil 11. Baş Yüksekliğinin Azaltılarak Girişimin Önlenmesi



Şekil 12. Profil Kaydırma ile Girişimin Önlenmesi

İç dişli çarklarda ikincil girişimi görselleştirmek için hazırlanan bir uygulamada  $m=3mm$ , kavrama açısı  $\alpha=20^\circ$ , pinyon diş sayısı  $T_p=16$  ve çark diş sayısı  $T_g=20$  alınmıştır. Hesaplanan çevrim oranı  $i=20/16=1,25$  dir. (4) numaralı denkleme göre birincil girişim olmaması için  $h_{a,max}^* \leq 0,578$  alınmalıdır. İç dişli çarkın baş yüksekliği  $h_a^*=0,57$  alınarak girişim sınıra yakın önlenmiştir. Ancak diş sayıları birbirine çok yakın olduğundan bu mekanizmada ikincil girişim (takılma)

söz konudur. Mekanizmanın ortalama baş yüksekliği  $k \cong 0,8$  için girişim sınırı  $(T_g - T_p)_{min} \cong 6$  dir (Vullo, 2021). Şekil 13'de ikincil girişimli mekanizma görülmektedir. Temasın ilerisinde ve gerisindeki bazı dişli çiftlerinde profiller üstüste binmiştir.



Şekil 13. İkincil Girişimli Mekanizma

#### 4. Sonuçlar

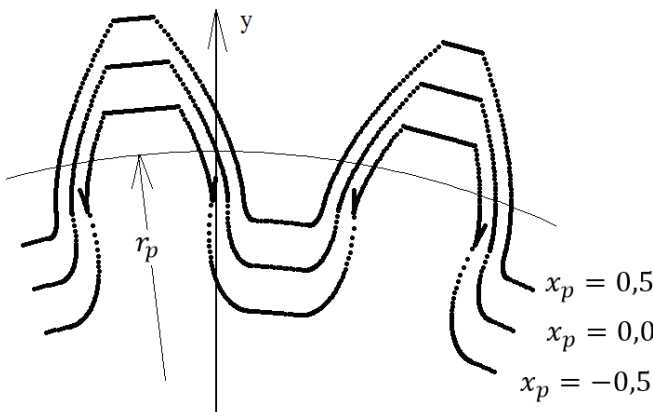
Dişli çarklarda girişim ve alttan kesme mekanizmanın fonksiyonunu ve mukavemetini etkileyen önemli husustur. Dış dişli çarklarda eğer imalat modül freze ile yapılmışsa (1) ve (2) numaralı denklemlere göre kontrol yapılmalıdır. Girişimin olduğu pinyon-çark mekanizmalarda çarkın dış başı pinyonun evolvent olmayan bölgesine temas ederek kilitlenmeye yol açar. Kremayer-çark mekanizmasında ise girişim sınırı diş sayısı (2) numaralı denklemin paydası sıfıra eşitlenerek bulunur.

Dış dişli çark mekanizmalarında fonksiyonel girişim dişliler modül freze ile imal edilmişse söz konusudur. Şekil 4 ve Şekil 5'de gösterilen girişim durumu (1-2) numaralı denklemlerin uygulamasıdır. Yuvarlanma metodu ile imalatta ise taslakta girişim bölgesi alt kesilmeli şekillendirilir.

Gerek kremayer takımın gerekse pinyon takımın çoğunlukla uç köşeleri yuvarlatılmıştır. Böylece hem takımın ömrü artar hemde imal edilen dişlinin kök mukavemeti daha yüksek olur. Yuvarlak uç sivri uca göre aynı parametreler için daha düşük sayılarda alt kesilmemiş dişli imalatını sağlar. Şekil 6'da sivri uçlu pinyon takımla ve Şekil 7'de yuvarlatılmış uçlu takımla imalat karşılaştırılmıştır. Aynı parametrelerde yuvarlatılmış uçlu takımla sınır diş sayısı 13'den 11'e düşmüştür. Böylece tasarımda hacimden ve ağırlıktan tasarruf sağlanabilir. Şekil 8'de takımın maksimum evolvent noktası kavrama doğrusunu sınır noktasının dışında kestiği için imal edilen dişli alt kesilmelidir.

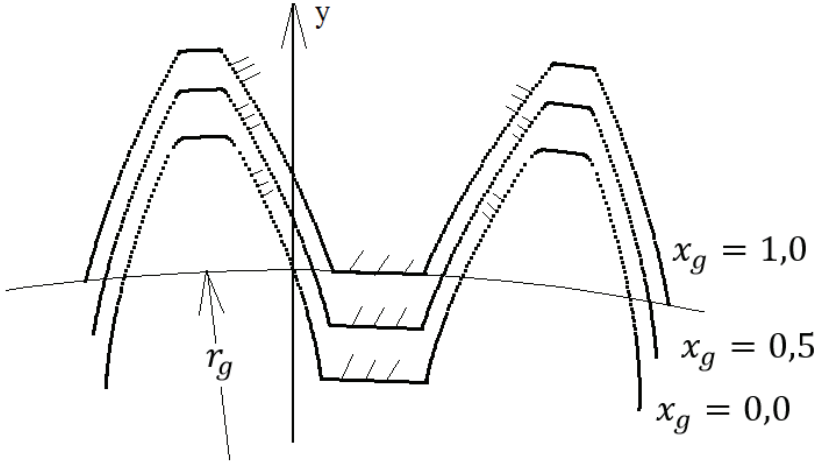
İç dişli çark mekanizmalarında montaj genellikle profil kaydırmayı gerektirir. İç dişli çarklarda çeşitli girişim tipleri vardır. Fonksiyonel girişim haricindeki tipler dış dişlilerde yoktur. (4) numaralı eşitlikle girişim olmaksızın minimum pinyon diş sayısı hesaplanır. Profil kaydırma yöntemi ile tehlike önlenir. Şekil 11 ve Şekil 12’de birincil girişimi önlemek için baş yüksekliğinin azaltılması ve alternatif olarak profil kaydırma yöntemi karşılaştırılmıştır. Şekil 12’de görüldüğü üzere profil kaydırma nedeniyle iç dişli çarkın taksimat dairesindeki diş kalınlığı azalmış ve dış dişlinin taksimat dairesindeki diş kalınlığı artmıştır. İkincil girişim için pratik yöntem çarkların diş sayılarını yakın tutmaktır. Şekil 13’te görselleştirilen uygulamada diş sayıları çok yakındır. Ayrıca verilen parametrelere göre iç dişli baş yüksekliği standart değerinin altında alınmalıdır. Böylece birincil girişim önlenmiş fakat ikincil girişim önlenememiştir. Diğer girişim tipleri grafik analitik yöntemler ve nonlinearer çözümleme gerektirmektedir (Litvin ve Fuentes, 2004; Vullo, 2021). Bu çalışmanın kapsamı dışında tutulmuştur.

Yuvarlanma yöntemi ile imalatta profil kaydırma yöntemiyle küçük diş sayılarında alttan kesmeyi önleme, dişlilerin mukavemetini arttırma, mekanizmanın eksenlerarası mesafesini değiştirme, iç dişli çarklarda girişimi önleme gibi faydalar sağlanır. Profil kaydırılmış dişlilerin ölçüleri ve kalınlıkları değişir. Profil kaydırmanın üst sınırını sivri tepe alt sınırını alttan kesme tayin eder. Şekil 14’de kremayer takımla imal edilen dış dişli çarkta profil kaydırmanın geometriye etkisi gösterilmiştir. Pozitif profil kaydırmada taksimat dairesindeki diş kalınlığı artmış, diş dibi mukavemeti artmış ve diş ucu sivrileşmiştir. Negatif profil kaydırmada taksimat dairesindeki diş kalınlığı azalmış ve diş başındaki kalınlık artmıştır. Alt kesilme sınırı ihlal edildiğinden dişdibi kesiti zayıflamış ve mukavemet düşmüştür.



Şekil 14. Dış Dişlilerde Profil Kaydırmanın Geometriye Etkisi

Şekil 15'te pinyon-tipi takımla imal edilen iç dişli çarkta profil kaydırmanın etkisi gösterilmiştir. İç dişlilerde profil kaydırma arttıkça taksimat dairesindeki diş kalınlığı azalır ve dişbaşındaki diş kalınlığı azalır. Diş kök mukavemeti artmaktadır. Negatif profil kaydırmada taksimat dairesindeki diş kalınlığı ve dişbaşındaki diş kalınlığı artar. Diş kök mukavemeti azalmaktadır. Ancak negatif profil kaydırma girişim tehlikesini arttırmaktadır. İç dişli çark mekanizmalarında  $x_g - x_p = 0$  durumunda eksenler arası mesafe değişmez. Uygulaması Şekil 10'da gösterilmiştir.



Şekil 15. İç Dişlilerde Profil Kaydırmanın Geometriye Etkisi

### Semboller

- $h_a$  : dişli çark baş yüksekliği
- $h_{ac}$  : takım baş yüksekliği
- $i$  : çevrim oranı
- $k$  : pinyon-çark ortalama baş yüksekliği
- $m_n$  : normal kesitte modül
- $r_{a1}$  : pinyon dişbaşı yarıçapı
- $r_{a2}$  : çark dişbaşı yarıçapı
- $r_{b1}$  : pinyon temel dairesi yarıçapı
- $r_{b2}$  : çark temel dairesi yarıçapı
- $r_g$  : çark taksimat yarıçapı
- $r_p$  : pinyon taksimat yarıçapı
- $T_c$  : takım diş sayısı



- $T_g$  : çark diş sayısı  
 $T_p$  : pinyon diş sayısı  
 $x_g$  : çark profil kaydırma katsayısı  
 $x_p$  : pinyon profil kaydırma katsayısı  
 $\alpha_n$  : normal kesitte kavrama açısı  
 $\alpha_s$  : alın kesitte kavrama açısı  
 $\beta$  : helis açısı

### Kaynakça

- Brauer, J. (2004). A General Finite Element Model Of Involute Gears. *Finite Elements in Analysis and Design*, 40(13-14), 1857-1872. doi:10.1016/j.finel.2004.02.002
- Budynas, R., & Nisbett, K. (2008). *Shigley's Mechanical Engineering Design*. India: Tata McGraw-Hill.
- Chang, S., & Tsay, C. (1998). Computerized Tooth Profile Generation and Undercut Analysis of Noncircular Gears Manufactured with Shaper Cutters. *Journal of Mechanical Design*, 120(1), 92-99. doi:10.1115/1.2826682
- Chen, Q., Song, C., Zhu, C., Du, X., & Ni, G. (2017). Manufacturing And Contact Characteristics Analysis Of Internal Straight Beveloid Gear Pair. *Mechanism and Machine Theory*, 114, 60-73. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2017.04.002
- Çakır, A. (1989). *Dişli Çark Kinematiği*. İstanbul: İTÜ Makina Fakültesi.
- Fetvacı, M. (2018). Pinyon-Tipi Takımla İmal Edilen Standart Olmayan Dişlilerin Bilgisayar Simülasyonu. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 33(1), 51-61. doi:10.17341/gazimmfd.406779
- Fetvacı, M. (2019). Pinyon-Tipi Takımla İmal Edilen Evolvent Düz Dişlilerinin Matematiksel Modellerinin Karşılaştırılması. *Mühendis ve Makina*, 60 (696), 178-191.
- Haberhauer, H., & Bodenstern, F. (2011). *Maschinenelemente: Gestaltung, Berechnung, Anwendung*. Heidelberg: Springer Verlag.
- Linke, H., Börner, J., & Heß, R. (2016). *Cylindrical Gears: Calculation-Materials-Manufacturing*. Nordersted: Carl Hanser Verlag.
- Litvin, F., & Fuentes, A. (2004). *Gear Geometry and Applied Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Liu, C., & Tsay, C. (2001). Tooth Undercutting of Beveloid Gears. *Journal of Mechanical Design*, 123(4), 569-576. doi:10.1115/DETC2000/PTG-14460

- Pedrero, J. I., Pleguezuelos, M., & Sánchez, M. B. (2023). Analysis of the Tip Interference in Low Gear Ratio Internal Spur Gears with Profile Modification. *Forschung im Ingenieurwesen*, 1-10. <https://doi.org/10.1007/s10010-023-00683-6>
- Şentürk, B. ve Fetvacı, M. (2020). Beveloid Dişli Çarkların Modellenmesi ve Altan Kesme Analizi. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 35(2), 901-916. doi:10.17341/gazimmfd.544038
- Vullo, V. (2021). *Gears: Volume 1: Geometric and Kinematic Design*. Cham: Springer.
- Yang, S. (2005). Mathematical Model Of A Helical Gear With Asymmetric Involute Teeth And Its Analysis. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26(5-6), 448-456. doi:10.1007/s00170-003-2033-z
- Yu, D. D. (1989). On the Interference of Internal Gearing. *Gear Technology*. July/August, 12-44.